

LỜI NÓI ĐẦU

Chất lượng của các quá trình công nghệ liên quan chặt chẽ đến tính ổn định của chúng. Điều này gặp trong các quá trình động lực khi vận hành các máy móc, thiết bị, các hệ thống điều khiển tự động... Sự mất ổn định có thể xuất hiện do các tác động từ bên ngoài cũng như từ các yếu tố nội tại bắt nguồn từ các khiếm khuyết khi xây dựng mô hình khảo sát (bỏ qua các lực thứ yếu, hoặc đơn giản một số thông số của hệ...).

Cuốn sách này đề cập đến bài toán ổn định của một quá trình động lực xuất hiện trong hoạt động của các hệ thống cơ khí, các phương tiện giao thông vận tải, trong hệ thống điều khiển tự động... được mô tả bởi một hệ phương trình vi phân thường. Hệ này được gọi là hệ động lực (các hệ cơ khí, hệ điều khiển tự động...). Nội dung cuốn sách là khảo sát ổn định của quá trình động lực: đưa ra các định nghĩa về ổn định, các tiêu chuẩn về ổn định và không ổn định, các phương pháp nghiên cứu ổn định và khảo sát các bài toán mang tính minh họa và định hướng áp dụng.

Trong thực tế, các cơ hệ trong quá trình hoạt động không tránh khỏi các tác động của các kích động lực... Tuy nhiên, thông thường chuyển động của hệ chỉ có ý nghĩa khi chúng là ổn định, tức các tác động không làm mất ổn định. Do vậy, việc tìm điều kiện để hệ ổn định là rất quan trọng, giúp ích cho việc thiết kế các hệ hoạt động theo các yêu cầu được đặt ra từ bài toán của công nghệ.

Cuốn sách phục vụ cho sinh viên năm cuối của các trường đại học, học viên các lớp cao học, nghiên cứu sinh và các cán bộ khoa học kỹ thuật mà chuyên môn của họ phải giải quyết các bài toán ổn định của các hệ động lực. Chính vì mục đích này cuốn sách tập trung vào việc trình bày hai phương pháp rất thích hợp với các cán bộ làm việc trong lĩnh vực kỹ thuật công nghệ. Đó là phương pháp thứ hai của Liapunov (còn được gọi là phương pháp trực tiếp của Liapunov) và phương pháp gần đúng thứ nhất. Phương pháp gần đúng thứ nhất cho một công cụ đơn giản để khảo sát các bài toán ổn định, dựa trên ý tưởng khảo sát ổn định của hệ (đặc biệt là đối với hệ dừng) được thay thế bằng hệ được tuyến tính hóa trừ một số trường hợp đặc biệt (được gọi là các trường hợp tới hạn). Phương pháp thứ hai có hiệu quả lớn ở chỗ là nó cho

một phương pháp dò tìm một hàm mà từ tính chất của hàm này sẽ cho biết trực tiếp sự ổn định hay không của hệ được khảo sát. Phương pháp này không những rất thích hợp đối với thiên hướng của các cán bộ hoạt động kỹ thuật công nghệ mà điều quan trọng là có thể nhận được sự trợ giúp từ các thành tựu của công nghệ thông tin. Về khía cạnh này, đây là phương pháp hữu hiệu cho tự động thiết kế cũng như thiết kế tối ưu. Chính vì vậy, hiện nay phương pháp này được quan tâm nhiều trong việc tính toán và thiết kế các hệ thống tự động. Về tổng thể hai phương pháp được trình bày sẽ bổ trợ cho nhau, giúp cho hoạt động của người kỹ sư đạt hiệu quả cao nhất.

Phần áp dụng trong cuốn sách tập trung vào hệ cơ học (cân bằng và chuyển động) và hệ điều khiển tự động; mô hình của chúng được mô phỏng bởi hệ có chuyển động dừng (hônônôm), hệ tuyến tính với các hệ số tuần hoàn, chúng gắn với các bài toán rất phổ biến của kỹ thuật và công nghệ. Cuốn sách cũng đưa vào một số kết quả nghiên cứu của tác giả về ổn định của hệ cơ học: ổn định của trạng thái cân bằng của hệ không bảo toàn, ổn định của các hệ với tọa độ xyclic, ổn định của các hệ điều khiển.

Trong trình bày, để thuận lợi, các ma trận được ký hiệu bởi các chữ nét đậm và đồng nhất ký hiệu vectơ với ma trận cột có hạng (3×1) và ký hiệu của các công thức cho kết quả chung được ký hiệu theo số hiệu của chương (cũng sử dụng cách này cho các thí dụ), còn các kết quả cho từng thí dụ được đánh số theo (a),(b)...

Phần lớn nội dung cuốn sách đã được chọn giảng dạy trong nhiều năm cho các lớp cao học tại Trường Đại học Bách Khoa Hà Nội và Khoa Cơ học kỹ thuật và Tự động hóa của trường Đại học Công nghệ (hợp tác giữa Viện Cơ học và Đại học Công nghệ, Đại học Quốc Gia Hà Nội).

Tác giả xin cảm ơn các cán bộ từ hai đơn vị này (Bộ môn Cơ học Ứng dụng, Đại học Bách khoa Hà Nội, Viện Cơ học, Viện Khoa học và Công nghệ Việt Nam) đã có nhiều ý kiến đóng góp cho nội dung cuốn sách. Tác giả cũng xin cảm ơn Chương trình Nghiên cứu Cơ bản trong khoa học Tự nhiên (Ngành Cơ học) đã hỗ trợ cho việc nghiên cứu một số phần trong nội dung cuốn sách. Tác giả cảm ơn PGS.TS Phan Bùi Khôi, TS Nguyễn Quang Hoàng đã đọc bản thảo và đóng góp nhiều ý kiến bổ ích.

Tác giả xin chân thành cảm ơn Viện Đào tạo Sau Đại học, Trường Đại học Bách Khoa Hà Nội, Nhà xuất bản Bách Khoa đã tạo điều kiện thuận lợi trong việc xuất bản cuốn sách.

Là một trong những sinh viên đầu tiên của trường Đại học Bách Khoa Hà Nội, nhân dịp hướng đến 55 năm kỷ niệm ngày thành lập trường, tác giả xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc đến toàn thể các thầy giáo và cán bộ công nhân viên trường.

Cuốn sách chắc chắn không thể tránh khỏi thiếu sót. Tác giả cảm ơn các đóng góp, ý kiến phê bình của các đồng nghiệp.

Mọi ý kiến đóng góp xin gửi về:

***Nhà xuất bản Bách Khoa Hà Nội: Số 1 Đại Cồ Việt – Hai Bà Trưng – Hà Nội
hoặc gửi trực tiếp đến tác giả:***

Đỗ Sanh, Bộ môn Cơ học Ứng dụng, Đại học Bách Khoa Hà Nội

ĐT: (04). 3.8680469; 01234154996

Email. dosanh@mail.hut.edu.vn; dosanhbka@gmail.com

Tác giả

Chương 1

ỔN ĐỊNH CHUYỂN ĐỘNG BÀI TOÁN VÀ CÁC KHÁI NIỆM CHUNG

Để giải quyết các bài toán trong kỹ thuật, công nghệ thuộc các lĩnh vực liên quan đến động lực học, đòi hỏi đầu tiên là phải xây dựng mô hình khảo sát: xác định các thông số hình động học, các đặc trưng động lực học và dựa vào các định luật động lực học, xây dựng các phương trình chuyển động của đối tượng và từ đó xác định được chuyển động của đối tượng khảo sát. Các chuyển động tìm được sẽ sai lệch với chuyển động thực của đối tượng do những sai số vấp phải trong khi xây dựng mô hình từ việc xác định các tham số của đối tượng hoặc từ việc giải các phương trình chuyển động hoặc do sai lệch trong việc đo đạc các điều kiện đầu... Những sai lệch này được gọi chung là các nhiễu. Những đại lượng như vậy thường chưa biết và xuất hiện khi xác định các số liệu về trạng thái đầu (các điều kiện đầu) của hệ bị sai lệch hoặc do các tác động động lực không được kể đến trong việc thành lập phương trình chuyển động của hệ...

Bài toán khảo sát ổn định là xác định ảnh hưởng của các nhiễu đến chuyển động của đối tượng. Như đã biết, [10] đã chứng minh được rằng bài toán ổn định của nhiễu liên tục có thể đưa về nghiên cứu ổn định của chuyển động của tác dụng nhiễu, tức ổn định của chuyển động khi có sự thay đổi nhỏ về điều kiện đầu.

Các nhiễu có thể có ảnh hưởng không lớn đến chuyển động, tức chuyển động có kể đến các nhiễu khác rất ít với chuyển động khi không bị nhiễu. Tuy nhiên, có những trường hợp các ảnh hưởng của nhiễu làm sai lệch lớn chuyển động tức chuyển động khi có nhiễu khác rất xa chuyển động khi không có tác dụng của nhiễu, thậm chí có những nhiễu làm cho chuyển động bị biến mất hẳn. Trong trường hợp đầu, tức trường hợp chuyển động có nhiễu không khác nhiều so với khi bị nhiễu thì chuyển động được gọi là ổn định. Trong trường hợp dưới tác dụng của nhiễu, chuyển động của hệ khác xa khi không chịu nhiễu thì chuyển động được gọi là không ổn định.

Lý thuyết ổn định nghiên cứu các tiêu chuẩn để nhận biết một chuyển động được khảo sát là ổn định hay không ổn định. Đây là vấn đề khá quan trọng vì trong thực tế không thể tránh các nhiễu. Đặc biệt đối với bài toán điều khiển, một trong những yêu cầu cho việc chọn các điều khiển là hệ được điều khiển cần được ổn định. Đó là bài toán ổn định hóa các hệ điều khiển, một dạng bài toán đang ngày càng được quan tâm trong bài toán điều khiển chuyển động. Bài toán khảo sát ổn định chuyển động có tầm quan trọng trong nhiều ngành khoa học, như vật lý, thiên văn, sinh học, hóa học... và trong nhiều ngành kỹ thuật hiện đại như kỹ thuật điện tử viễn thông, kỹ thuật điều khiển... nên từ lâu đã thu hút được sự quan tâm của nhiều nhà toán học, cơ học như Routh, Thomson, Tait, Lagrange, Jukovsky, Liapunov...

§1. CÁC ĐỊNH NGHĨA VÀ MỘT SỐ KHÁI NIỆM CƠ BẢN

1.1. Ổn định của vị trí cân bằng

Vị trí của hệ được gọi là vị trí cân bằng nếu hệ nằm yên tại vị trí này, tức vị trí của nó trong hệ qui chiếu quán tính không thay đổi trong suốt khoảng thời gian khảo sát. Để chuẩn xác hơn, khảo sát hệ holoônôm có n bậc tự do, vị trí của nó được xác định nhờ n tọa độ suy rộng $q_i (i = \overline{1, n})$. Các lực suy rộng ứng với các tọa độ suy rộng được ký hiệu qua $Q_i = Q_i(q_1, q_2, \dots, q_n) (i = \overline{1, n})$.

Vị trí cân bằng của hệ được xác định bởi hệ phương trình đại số sau:

$$Q_i(q_1, q_2, \dots, q_n) = 0, \quad (i = \overline{1, n})$$

Giả sử hệ phương trình này có nghiệm:

$$q_i^0 = \alpha_i (i = \overline{1, n}) \quad ; \quad \alpha_i = \text{const}$$

Tập hợp $\{\alpha_i\} (i = \overline{1, n})$ xác định vị trí cân bằng của cơ hệ. Trong trường hợp các lực suy rộng phụ thuộc cả vào vận tốc suy rộng, tức

$$Q_i = Q_i(q_1, q_2, \dots, q_n, \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n)$$

thì vị trí cân bằng của hệ được xác định từ hệ phương trình sau :

$$Q_i(q_1, q_2, \dots, q_n, 0, 0, \dots, 0) = 0 \quad ; \quad (i = \overline{1, n})$$

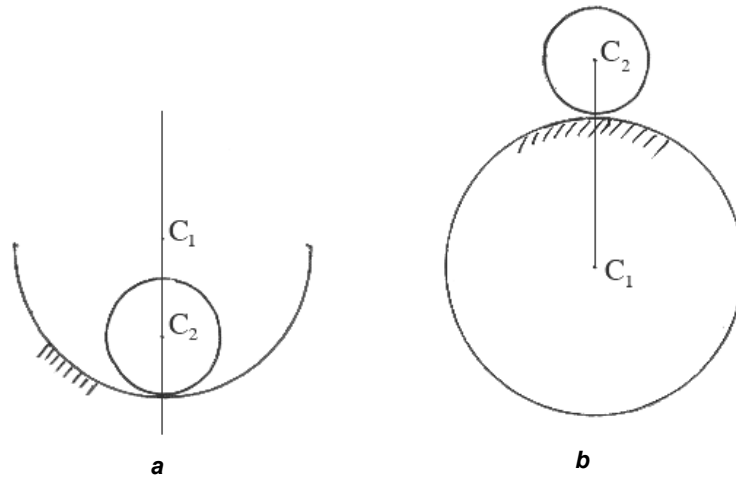
tức là trong biểu thức đặt các vận tốc suy rộng bằng không.

Cho hệ lệch khỏi vị trí cân bằng, tức là cho các tọa độ $q_i (i = \overline{1, n})$ lệch khỏi giá trị $\alpha_i (i = \overline{1, n})$ một lượng nhỏ $\varepsilon_i (i = \overline{1, n})$ và truyền cho hệ vận tốc đầu, tức các vận tốc suy rộng nhận được giá trị đầu nhỏ $\varepsilon'_i (i = \overline{1, n})$. Nói khác đi, hệ sẽ chuyển động với các điều kiện đầu sau:

$$q_i(t_0) = \varepsilon_i, \quad \dot{q}_i(t_0) = \varepsilon'_i \quad (i = \overline{1, n})$$

Nếu trong suốt thời gian chuyển động của hệ, các độ lệch của các tọa độ và các vận tốc nhỏ hơn một số dương ε nào đó, khi mà các độ lệch ε_i ban đầu của các tọa độ và độ lệch ε'_i ban đầu của vận tốc có giá trị nhỏ hơn một số dương η nhỏ tùy ý thì vị trí cân bằng được gọi là ổn định. Trong trường hợp ngược lại, vị trí cân bằng được gọi là không ổn định.

Xét hai vị trí cân bằng của quả cầu (hình 1.1). Nếu cho quả cầu một độ lệch ban đầu và vận tốc đầu đủ nhỏ tùy ý thì trong trường hợp của hình 1.1a) quả cầu sẽ dao động nhỏ quanh vị trí cân bằng, còn đối với vị trí cân bằng ứng với trường hợp hình 1.1b), sau thời điểm đầu quả cầu sẽ chuyển động xa hẳn vị trí cân bằng, không trở về vị trí cân bằng nữa. Vị trí cân bằng ứng với trường hợp đầu là ổn định, còn trong trường hợp sau là không ổn định.



Hình 1.1. Vị trí cân bằng ổn định và không ổn định

Có thể mở rộng định nghĩa về ổn định của vị trí cân bằng cho trường hợp của ổn định chuyển động.

1.2. Ổn định chuyển động

Khảo sát một hệ động lực chuyển động của nó được mô tả bởi hệ phương trình vi phân:

$$\frac{dy_s}{dt} = Y_s(t, y_1, y_2, \dots, y_n); \quad (s = \overline{1, n}) \quad (1.1)$$

Trong đó y_s là những thông số đặc trưng cho chuyển động của hệ động lực, ví dụ, có thể là các tọa độ, vận tốc hoặc là các hệ thức của những đại lượng này.

Xét một chuyển động xác định nào đó của hệ ứng với một nghiệm riêng của hệ phương trình (1.1) có dạng:

$$y_s^* = f_s(t) \quad (s = \overline{1, n}) \quad (1.2)$$

Chuyển động này được gọi là chuyển động không bị nhiễu, ứng với điều kiện đầu:

$$y_s^0 = f_s(t_0) \quad (s = \overline{1, n}) \quad (1.3)$$

Nó phân biệt với các chuyển động y_s khác của hệ (1.1), được gọi là những chuyển động bị nhiễu, tức là những chuyển động của hệ (1.1) được xác định bằng điều kiện đầu $y_s(t_0)$ rất gần $y_s^0 = f_s(t_0)$:

$$y_s(t_0) = f_s(t_0) + \varepsilon_s, \quad (s = \overline{1, n}) \quad (1.4)$$

Trong đó ε_s là những hằng số dương nhỏ.

Định nghĩa: Chuyển động không bị nhiễu được gọi là ổn định đối với các đại lượng y_s nếu đối với mọi số dương ε tùy ý nhỏ luôn luôn tìm được một số dương $\delta(\varepsilon)$ sao cho đối với tất cả các chuyển động bị nhiễu $y_s = y_s(t)$ mà tại thời điểm đầu $t = t_0$ thỏa mãn bất đẳng thức:

$$|y_s(t_0) - f_s(t_0)| \leq \delta(\varepsilon), \quad (1.5)$$

Thì ở tất cả các thời điểm tiếp theo $t > t_0$ sẽ xảy ra bất đẳng thức:

$$|y_s(t) - f_s(t)| < \varepsilon, \quad (1.6)$$

Chuyển động không bị nhiễu được gọi là không ổn định đối với đại lượng y_s nếu nó không phải là chuyển động ổn định đối với đại lượng y_s , tức là: nếu đối với mọi số dương ε tùy ý bé luôn luôn tìm được một số dương $\delta(\varepsilon)$ sao cho đối với tất cả các chuyển động bị nhiễu $y_s = y_s(t)$ mà tại thời điểm đầu $t = t_0$ thỏa mãn bất đẳng thức:

MỤC LỤC

	Trang
Lời nói đầu	3
Chương 1. Ổn định chuyển động - Bài toán và các khái niệm chung	6
§1. Các định nghĩa và các khái niệm cơ bản	7
§2. Phương trình vi phân nhiều động	15
§3. Phương pháp Liapunov khảo sát bài toán ổn định chuyển động	21
Chương 2. Phương pháp thứ hai của Liapunov nghiên cứu ổn định các chuyển động bình ổn	22
§1. Hàm Liapunov, các định nghĩa về xác định dấu và tính chất của hàm Liapunov	22
§2. Các định lý về ổn định và ổn định tiệm cận chuyển động	30
§3. Các định lý về không ổn định của chuyển động	40
§4. Phương pháp xây dựng hàm Liapunov nhờ các tích phân đầu	44
§5. Các thí dụ về ổn định tiệm cận và không ổn định chuyển động	54
Chương 3. Ổn định của các hệ cơ học	63
§1. Phương trình chuyển động của hệ cơ học	63
§2. Các định lý ổn định và không ổn định của vị trí cân bằng của hệ bảo toàn	65
§3. Ổn định và không ổn định của vị trí cân bằng của hệ không bảo toàn	69
§4. Các định lý về ổn định không ổn định của chuyển động dừng	75
	217

Chương 4. Ổn định theo gần đúng thứ nhất của các chuyển động bình ổn	96
§1. Khảo sát ổn định của các hệ tuyến tính	98
§2. Các tiêu chuẩn ổn định theo gần đúng thứ nhất	103
§3. Tiêu chuẩn Hurwitz	107
§4. Các thí dụ về khảo sát ổn định trong gần đúng thứ nhất	112
 Chương 5. Ổn định của các chuyển động không bình ổn	 127
§1. Các định lý của phương pháp thứ hai đối với chuyển động không bình ổn	127
§2. Ổn định của các hệ tuyến tính với hệ số tuần hoàn	138
§3. Ổn định theo gần đúng thứ nhất	171
§4. Ổn định theo một phần của các biến	173
 Chương 6. Áp dụng phương pháp trực tiếp của Liapunov vào việc khảo sát ổn định của các hệ điều khiển bằng phương pháp Luariê	 177
§1. Mở đầu	177
§2. Phương trình nhiễu động của các hệ điều khiển tự động	177
§3. Định lý Luariê	180
§4. Một số trường hợp riêng	187
 Chương 7. Nghiên cứu ổn định của các hệ điều khiển tự động bằng phương pháp tần số	 200
§1. Hàm truyền và đặc trưng tần số	200

§2. Tiêu chuẩn Naicvister về ổn định của hệ tuyến tính	203
§3. Tiêu chuẩn tần số về ổn định tuyệt đối của hệ phi tuyến liên tục	205
Tài liệu tham khảo	215